

Elektrotehnika - I test

IV smena

Teorijska pitanja:

P1. Iskazati i zapisati Kulonov zakon [2]. Kako se definiše električna energija kondenzatora [2]? Definirati potencijal tačke u elektrostatičkom polju [2].

P2. Iskazati i zapisati Gausov zakon [2]? Izvesti izraz za jačinu polja tanke, usamljene, metalne ravni sa površinskom gustinom naelektrisanja $-\sigma$ [2]. Nacrtati sliku (gotova formula se ne boduje !)

P3. Definirati polarizaciju dielektrika [2]? Kako se definiše vektor \mathbf{D} [2]? Iskazati granične uslove na razdvojnoj površi dva različita dielektrika [2].

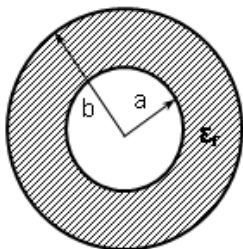
P4. Iskazati i zapisati Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2]. Iskazati i zapisati Džulov zakon [2].

Zadaci:

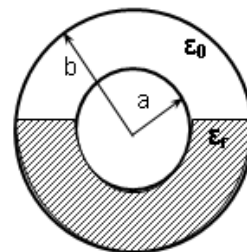
Z1. Dva jednaka nepokretna punktualna naelektrisanja Q_1 nalaze se u tačkama $A(-a,0)$ i $B(a,0)$ u vakuumu. Obavezno nacrtati sliku.

- Odrediti jačinu električnog polja [2] i potencijal [2] u centru koordinatnog sistema, u tački $O(0,0)$.
- Iz tačke $C(b,0)$ pušteno je da iz mirovanja krene pokretno punktualno naelektrisanje Q_2 mase m . Odrediti njegovu trajektoriju [2] i brzinu [2] u beskonačnosti. Usvojiti da je potencijal beskonačno udaljenih tačaka ravan nuli.

Podaci: $Q_1=4Q_2=0.6$ [nC], $m=9$ [grama], $a=10$ [cm], $b=20$ [cm] i $\epsilon_0=10^{-9}/36\pi$ [F/m].



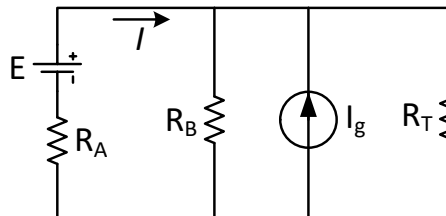
Z2. Sferni kondenzator (slika levo) u potpunosti je ispunjen tečnim, homogenim dielektrikom relativne permitivnosti ϵ_r . Odrediti kapacitivnost ovog kondenzatora [2]. Zatim je kroz rupicu na spoljašnjoj elektrodi iscurila polovina dielektrika (slika desno). Odrediti novu kapacitivnost ovog kondenzatora [4]. **Podaci:** $a=4$ [cm], $b=5$ [cm], $\epsilon_r=9$.



Z3. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

- struju i snagu idealne baterije [2+2],
- snagu idealnog strujnog izvora [2],
- snagu termičke disipacije na potrošaču R_T [2].

Podaci: $I_g=6$ [A], $E=12$ [V], $R_A=2$ [Ω], $R_B=2$ [Ω] i $R_T=5$ [Ω].



Z4. Voltmetar priključen na kontakte neopterećenog akumulatora pokazuje 12V. Snaga Džulovih gubitaka na termogenom potrošaču priključenom na ovaj akumulator iznosi 20W, pri čemu ampermetar pokazuje struju od 2A kroz akumulator. Obavezno nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti:

- otpornost potrošača [2],
- unutrašnju otpornost ovog akumulatora [2],
- snagu Džulovih gubitaka u akumulatoru [2],
- ako se paralelno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, kolika je tada struja kroz kolo [2]?

Z1. a) $E(0,0)=0$ (zbog simetrije). Superpozicijom uz simetriju: $V(0,0) = V(Q_{1uA}) + V(Q_{1uB}) = 2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a} = 108V$.

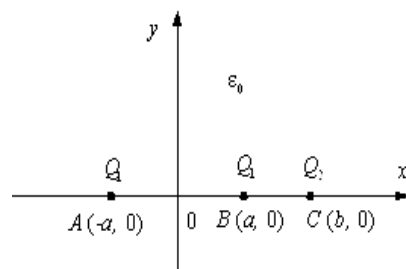
b) $\Delta E_K = A_{nad Q_2}$, $m \cdot v_\infty^2 / 2 - m \cdot v_C^2 / 2 = Q_2(V_C - V_\infty)$, $v_C = 0$, $V_\infty = 0$.

$$V_C = V_C|_{Q_1 u A} + V_C|_{Q_1 u B}, \text{ gde su } V_C|_{Q_1 u A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a+b}$$

$$V_C|_{Q_1 u B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{b-a} \Rightarrow V_C = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2b}{b^2 - a^2} = 72V.$$

Konačno $m \cdot v_\infty^2 / 2 = Q_2 V_C$, pa je

$$v_\infty = \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{\pi\epsilon_0 m} \frac{b}{b^2 - a^2}} = \sqrt{\frac{2Q_2 V_C}{m}} = 1.55 \text{ mm/s}. \text{ Trajektorija je } x \text{ osa.}$$



Z2. Prvobitna kapac. $C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{1/a - 1/b} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{ab}{b-a} = 4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot 9 \cdot \frac{4 \cdot 5}{5-4} 10^{-2} = 20 \cdot 10^{-11} F = 200 \text{ pF}$

Primenom graničnih uslova sledi $E_0 = E_1 = E$. $D_0 = \epsilon_0 E$ u vazduhu i $D_1 = \epsilon_0 \epsilon_r E$ u dielektriku.

Generalisani Gausov zakon $\oint_S D dS = Q$ daje $D_0 \cdot 2\pi r^2 + D_1 \cdot 2\pi r^2 = Q$ tj. $2\pi r^2 \epsilon_0 \cdot E(1 + \epsilon_r) = Q$,

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \frac{1}{r^2}, \text{ napon } U = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_a^b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right).$$

Nova kapac. je $C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)}{1/a - 1/b} = 2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r) \frac{ab}{b-a} = 2\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot (1+9) \cdot \frac{5 \cdot 4}{5-4} 10^{-2} = 111.11 \text{ pF}.$

Z3. Metodom napona čvorova dobija se $\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_T}\right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E}{R_A}$. Rešavanjem

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot V_1 = 6 + \frac{12}{2}, V_1 = 10[V].$$

Struja $I = \frac{E - V_1}{R_A} = \frac{12 - 10}{2} = 1[A]$, $P_E = EI = 12 \cdot 1 = 12[W]$, $P_g = V_1 \cdot I_g = 10 \cdot 6 = 60[W]$,

$$P_T = \frac{V_1^2}{R_T} = \frac{10^2}{5} = 20[W].$$

Z4. Ems akumulatora $E = 12V$

$$P = RI^2, R = P / I^2 = 20 / 2^2 = 5\Omega.$$

Napon na potrošaču je onda $U = RI = 5 \cdot 2 = 10V$.

$$U = E - R_g \cdot I, R_g = (E - U) / I = (12 - 10) / 2 = 1\Omega. P_g = R_g I^2 = 1 \cdot 2^2 = 4W.$$

Ukupno opterećenje akumulatora je sada $R_U = R \parallel R = R / 2 = 2.5\Omega$, pa je struja $I_U = E / (R_g + R_U) = 12 / (1 + 2.5) = 3.43A$.

